

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

**Prova completa e recupero II parte di Matematica Generale (CdL. EF)**  
**Dott. Giovanni Masala – 3 febbraio 2015**



**Domanda 1 (punti 2).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{\log(x^2 - 4)}{x + 4}$$

Dominio	$E = (-\infty, -2) \cup (2, +\infty) \setminus \{-4\}$
Positività	$P = (-4, -\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}, +\infty)$
Intersezioni	$A(-\sqrt{5}; 0) \quad B(\sqrt{5}; 0)$

**Domanda 2 (punti 3).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione:  $f(x) = x \cdot e^{1-2x^2}$

Derivata prima	$f' = e^{1-2x^2} \cdot (1 - 4x^2) \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$m(-1/2; -\sqrt{e}/2); \quad M(1/2; \sqrt{e}/2)$ cresce in $(-1/2, 1/2)$

**Domanda 3 (punti 3).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione:  $f(x) = \log(x^2 + 4)$

Derivata prima	$f' = \frac{2x}{x^2 + 4} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = \frac{2(4 - x^2)}{(x^2 + 4)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-2; \log 8) \quad F_2(2; \log 8)$ convessa in $(-2, 2)$

**Domanda 4 (punti 2).**

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{5x^4 + 3x^3 - 8x^2 + 7}{(x^2 - 4) \cdot (x^2 - 8x + 15)}$$

Dominio	$E = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2, 3, 5\}$
As. verticali	$x = -2, x = 2, x = 3, x = 5$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 5$

**Domande teoriche**

- 1) Legame tra continuità e derivabilità (punti 3)
- 2) Limiti infiniti e asintoti (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



**Domanda 5 (punti 3, 6\*).**

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_1^3 \frac{3x+5}{4x+6} dx \quad \text{e} \quad \int x^3 \cdot e^x dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{1}{8}(9+6x+\log(4x+6))$ $\frac{1}{8}(12+\log(9/5)) \approx 1,57$
Integrale indefinito	$e^x \cdot (x^3 - 3x^2 + 6x - 6) + c$

**Domanda 6 (punti 3, 6\*).** Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale  $k$  e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 3x + k \cdot y + z = 5 \\ 4x - 2y + 3z = k \\ k \cdot x + 3y + z = 2 \end{cases}$$

Compatibilità	$k \neq -7/3$ : 3 sol. unica $k = -7/3$ : incompatibile $k = 3$ : incompatibile
Soluzioni	$\left( x = \frac{-k^2 + 9k - 51}{3k^2 - 2k - 21}; y = \frac{-k^2 + 18k - 30}{3k^2 - 2k - 21}; z = \frac{k^3 - 7k + 48}{3k^2 - 2k - 21} \right)$

**Domanda 7 (punti 4, 8\*).** Data la funzione  $z = f(x, y) = 3x^2 + 4x \cdot y - 2y^2 + 8x + 2y + 3$ , determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo  $g(x, y) = 3x + 2y = 2$

Derivate parziali	$f_x = 6x + 4y + 8 \quad f_y = 4x - 4y + 2$
Estremi liberi	$S(-1; -1/2) \quad z = -3/2 \quad H = -40$
Estremi vincolati	$M(1; -1/2) \quad \lambda = 4 \quad z = 21/2$ $H = 60$

**Domande teoriche.**

**3) Il teorema di Barrow-Torricelli e le sue conseguenze (punti 4, 4\*)**

**4) Il teorema di Cramer (punti 3\*)**

**5) Definizione e ricerca degli estremi vincolati (punti 3\*)**

*Domande teoriche: 1, 2, 3 per la prova completa; 3, 4, 5 per il recupero della II parte.  
Punteggi II parte contrassegnati con \*.*